



Mjerenje vertikalnih kutova

[

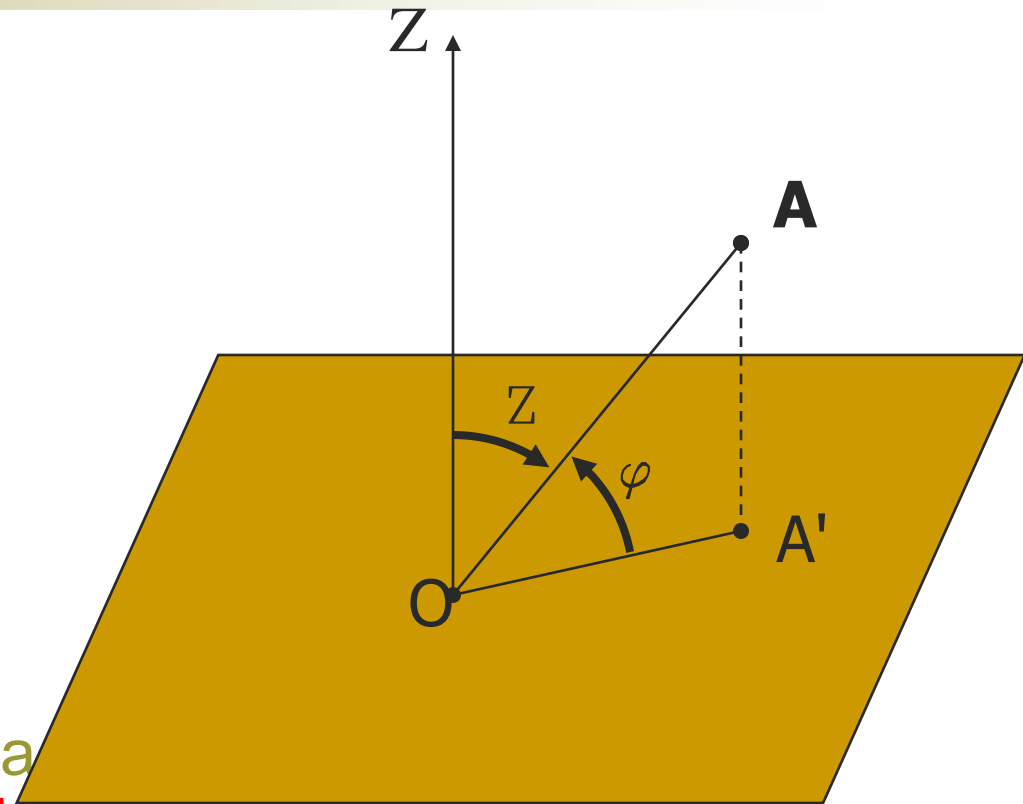
]

Podjela vertikalnih kutova

Zenitni kut (Z) je kut između pravca zenita i vizure.

Visinski kut (φ)

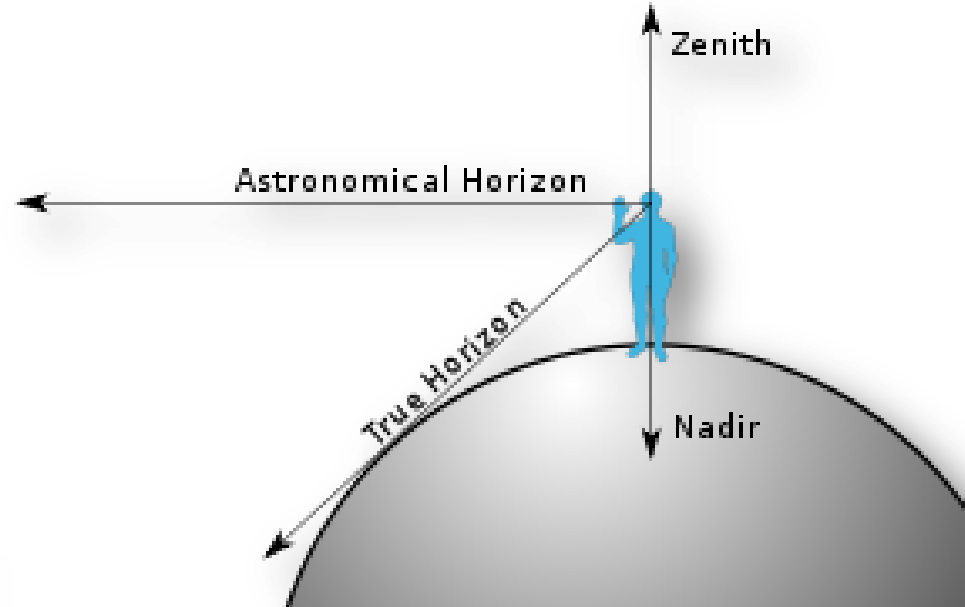
- ✓ kut koji zatvara pravac vizure s horizontalnom ravninom
- ✓ **pozitivni** (iznad horizonta instrumenta) - **elevacijski**
- ✓ **negativni** - **depresijski**



Veza kutova:
 $\varphi + Z = 90$

ZENIT

- Astronomski pojam
- Najviša točka nebeske sfere u odnosu na stajalište promatrača



Instrumenti za mjerenje vertikalnih kutova

- **Teodoliti s visinskom libelom;**
- **Teodoliti s kompenzatorom**
 - _ Podjela je nastala prema načinu dovođenja indeksa za očitavanje podjele vertikalnog kruga uvijek na isto mjesto
 - _ Danas se proizvode i koriste instrumenti sa kompenzatorom (automatska stabilizacija indeksa vertikalnog kruga)



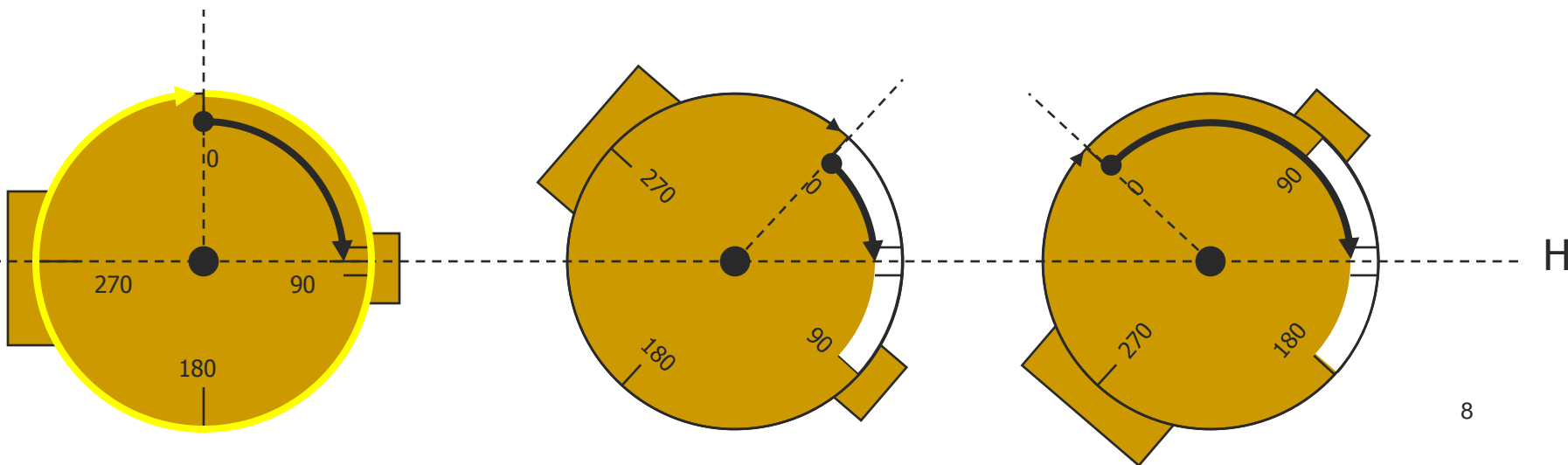
Teodolit s kompenzatorom indeksa verikalnog kruga

- Vertikalni krug zajedno s durbinom rotira oko horizontalne osi teodolita, a linija indeksa za očitavanje mora biti nepomična
- Ispravan položaj projekcije indeksa za očitavanje postiže se **automatski kompenzatorom kada je on u radnom području (Horizontiran instr.!!!)**.
- Time je korigiran neispravan položaj projekcije indeksa za očitavanje zbog nagnutosti vertikalne osi u vizurnoj ravnini.
- *Točnost mjerenja vertikalnih kutova ovisi o osjetljivosti kompenzatora.*

Vertikalni krug

U današnjim instrumentima na vertikalnom limbu najčešće podjela raste u smjeru kazaljke na satu i tada:

- Teodolit mjeri zenitne kutove (Z). (0° je u smjeru zenita)
- Pri horizontalnoj vizuri **očitanje vertikalnog kruga je 90° .**
- Kod vizura iznad horizonta očitavanja vertikalnog kuta su od $90^\circ - 0^\circ$
- Kod vizura ispod horizonta očitavanja vertikalnog kuta su od $90^\circ - 180^\circ$



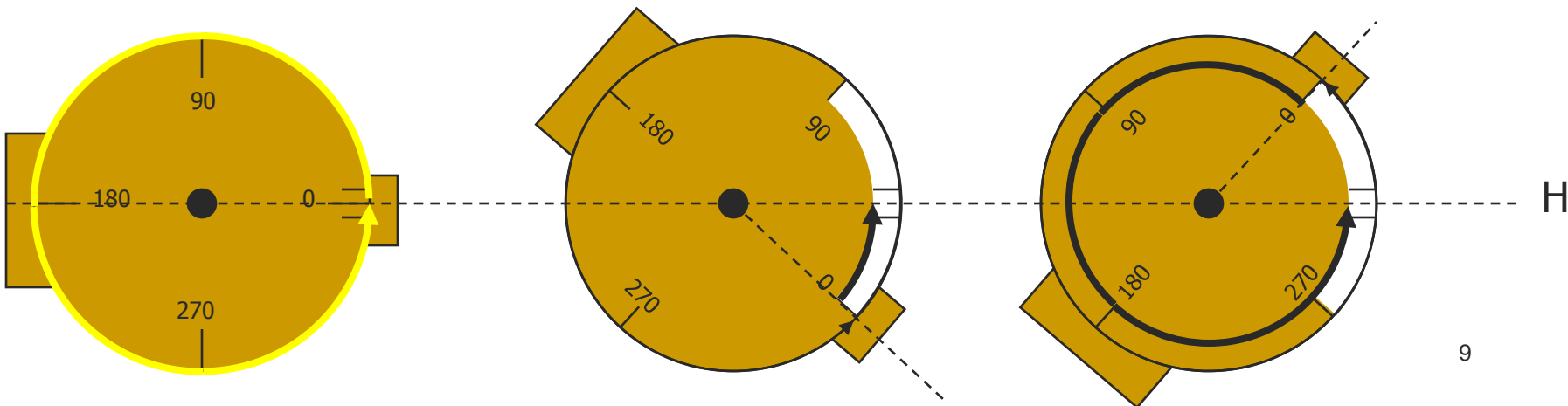
Vertikalni krug

Ako podjela raste u obrnutom smjeru kazaljke na satu tada:
teodolit mjeri visinske kutove.

Pri horizontalnoj vizuri očitavanje vertikalnog kruga je 0° .

Kod vizura iznad horizonta očitavanja vertikalnog kuta su od 0° do 90° .

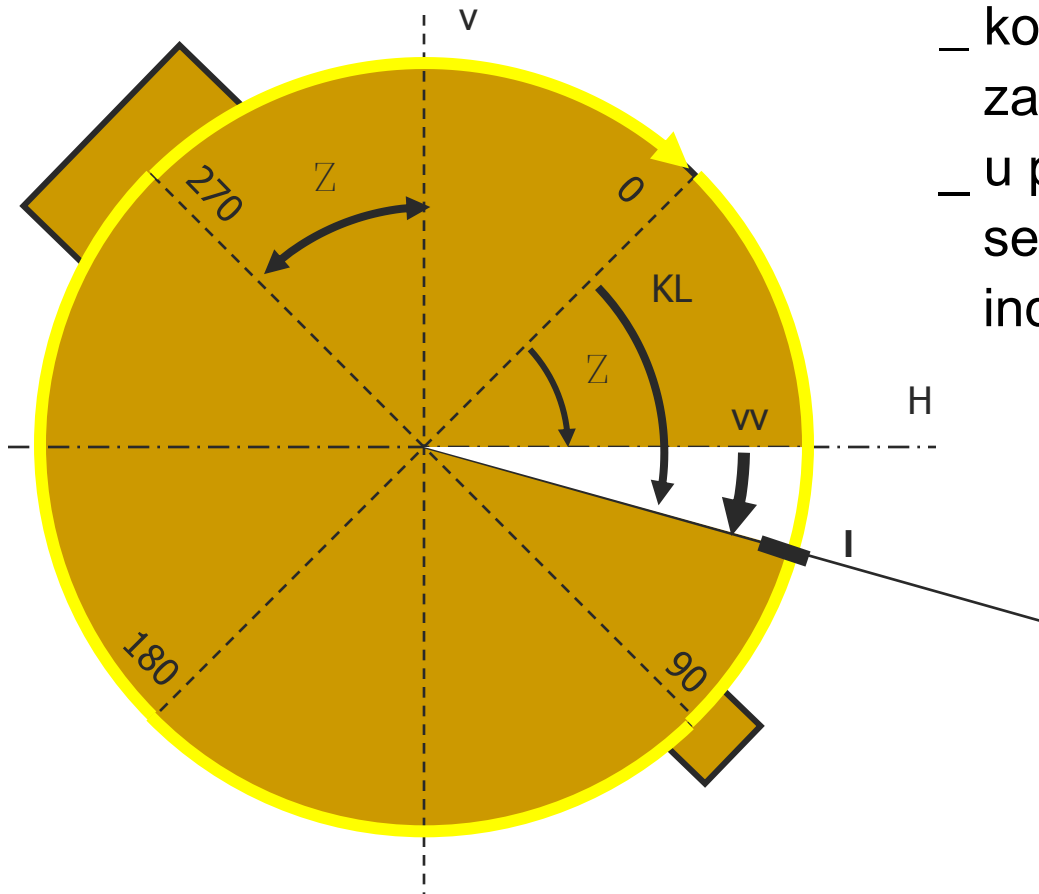
Kod vizura ispod horizonta očitavanja vertikalnog kuta su od 270° do 360° .



**Određivanje pogreške indeksa
vertikalnog kruga “VV” i
rektifikacija**

Prvi položaj durbina

Krug lijevo - KL

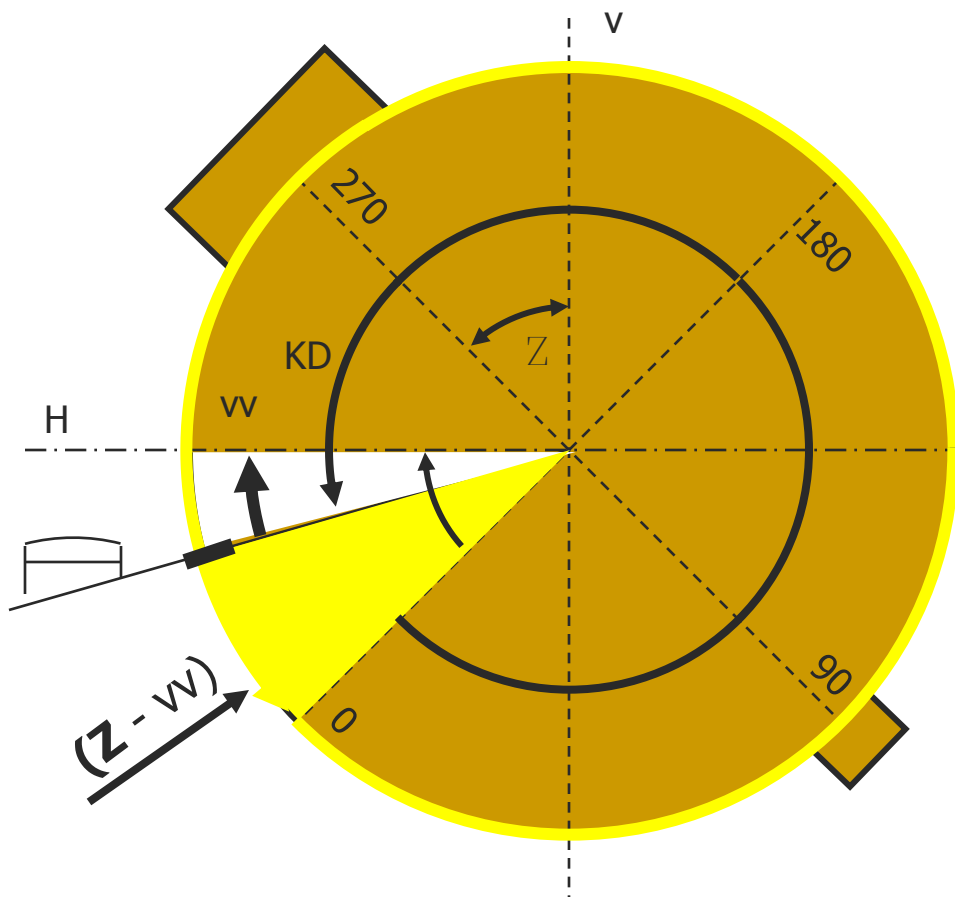


- _ teodolit mjeri zenitne kutove
- _ kompenzator održava indeks linije za očitavanje u istom položaju.
- _ u prvom položaju durbina očitava se vrijednost kuta (KL) pomoću indeksa "i"

$$KL = Z + w$$

Drugi položaj durbina

Krug desno - KD



Zbog okretanja durbina i alhidade u drugi položaj, podjela limba izgleda kao na slici:

- _ kompenzator održava indeks linije za očitavanje u istom položaju.
- _ u drugom položaju durbina očitava se vrijednost kuta (KD) pomoću indeksa "i"

Iz slike slijedi očitavanje:

$$KD = 360^\circ - Z + w$$

Kada se zbroje očitavanja u prvom i drugom položaju (KL i KD) dobije se:

$$KL + KD = Z + vv + 360^\circ - Z + vv$$

$$KL + KD = 360^\circ + 2vv$$

- Odstupanje zbroja očitavanja od 360° daje dvostruku pogrešku indeksa
- Kod ispravno rektificiranog vertikalnog kuta i indeksa, zbroj očitavanja u dva položaja durbina mora biti :

$$KL + KD = 360^\circ$$

Kada se od KL oduzme KD dobije se:

Za računanje zenitnog kuta oslobođenog utjecaja pogreške vv treba od KL oduzeti KD :

$$(KL + 360^\circ) - KD = 2Z$$



$$Z = \frac{(KL + 360^\circ) - KD}{2}$$

oslobađanje utjecaja pogreške indeksa verikalnog kruga

**_ Mjerenjem vertikalnog kuta u dva položaja durbina
pogreška indeksa verikalnog kruga neće utjecati na
rezultat !!**



MJERENJE VERTIKALNIH KUTEVA

INSTRUMENTI ZA MJERENJE VERTIKALNIH KUTEVA

- ✓ Teodoliti, Tahymetri, Mjerne stanice (TC)
- ✓ vertikalni limb, kompenzator, indeks za očitavanje V
- ✓ vertikalni limb zajedno sa durbinom čvrsto vezan za okretnu osovinu durbina i oko nje istovremeno rotiraju
- ✓ okretna (horizontalna) os prolazi centrom podijeljenja vertikalnog limba
- ✓ u protivnom_ ekscentričnost
- ✓ otklanjanje (očitanje u dva položaja limba)

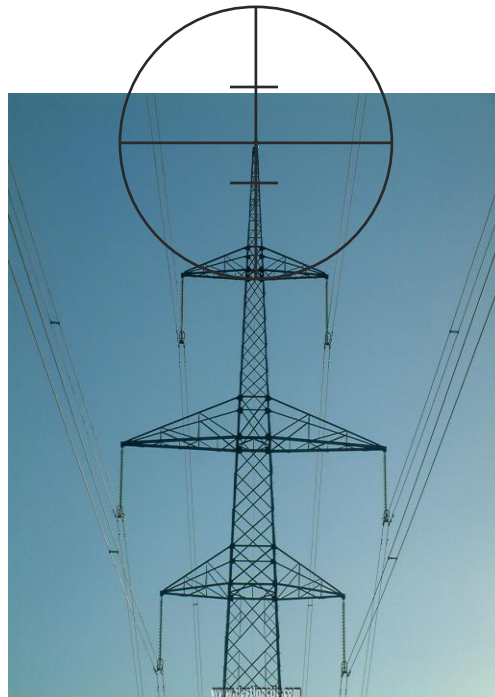
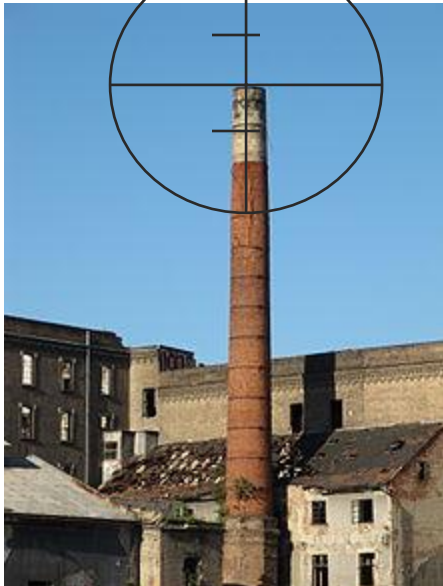
MJERENJE VERTIKALNIH KUTEVA

- u prvom položaju durbina vertikalni limb je s lijeve strane dok je u drugom s desne
- samo jednom očitavamo V krug
- ako očitavamo “Z” drugi krak je usmjeren prema zenitu

■ TRIGONOMETRIJSKI NIVELMAN

- * Trigonometrijsko određivanje visina nedostupnih bližih točaka

- *dimnjak, dalekovod, toranj crkve, visina zgrade...*
- vizurna točka je čvrsto definirana (nepomična)
- točka kojoj određujemo visinu relativno je blizu
- nije potrebno uzimati u obzir zakrivljenost zemlje i refrakciju
- viziramo sa sve tri niti nitnog križa ako su ugrađene



- Vijkom za fini pomak durbina navedemo željenu nit nitnog križa na mjesto kojem određujemo visinu
- Viziramo pojedinačno sa sve tri horizontalne niti nitnog križa ako su ugrađene

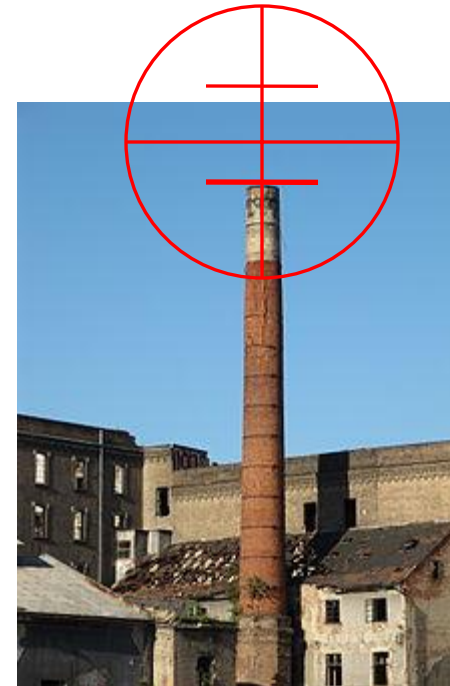
gornja nit



srednja nit



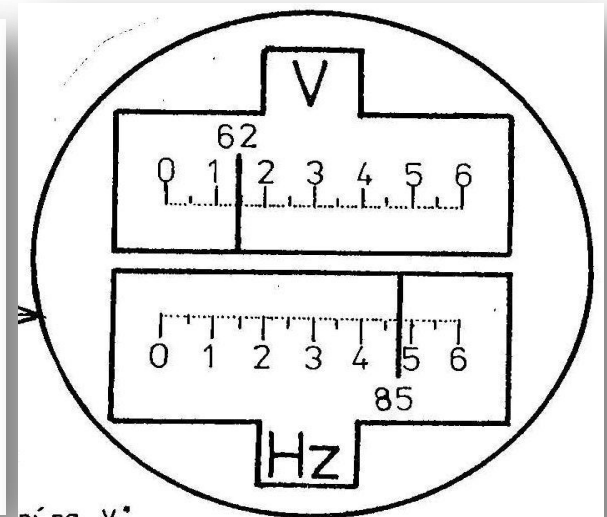
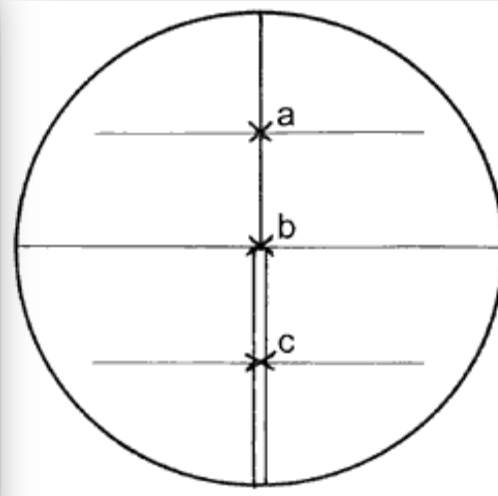
donja nit



Određujemo visinu vrha dimnjaka

VIZIRANJE SA TRI NITI

- očitavanje V limba



ni na „V“

na

na

Hz: 85°48'

V: 62°14'

Trigonometrijski obrazac 1v

- očitavanje sa sve tri niti nitnog križa
- g - gornja; s - srednja; d – doljnja

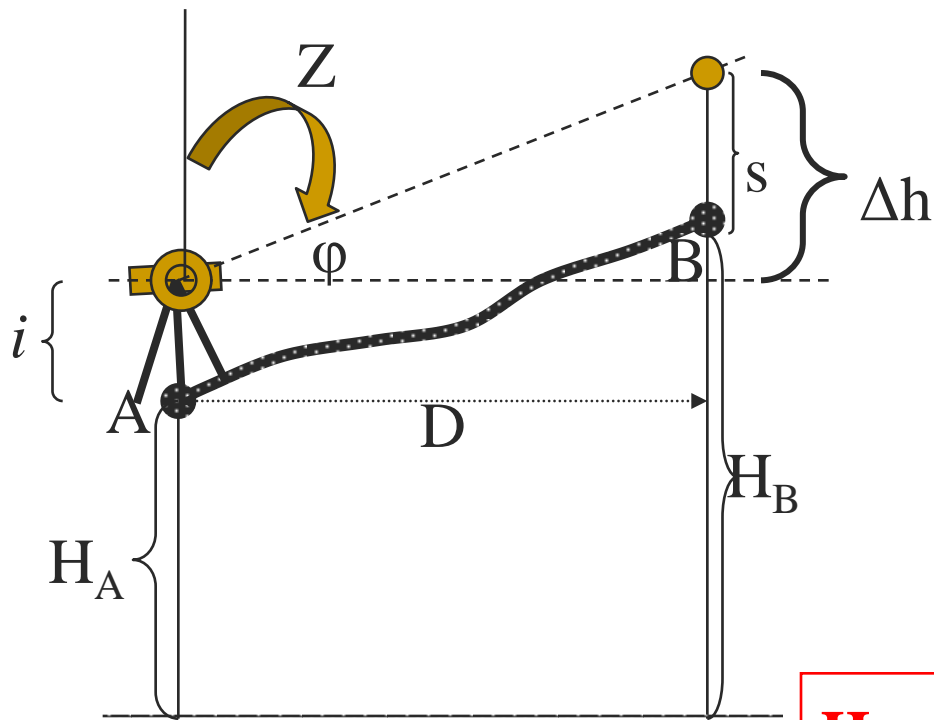
Staj	viz	nit	KL	KD	KL+KD	2vv	$Z = \frac{(KL + 360^\circ) - KD}{2}$	Z _{srednji}
P11	D20	g	91 29' 07"	269 05' 16"	360 34' 23"	0	91 11' 56"	
		s	91 11' 54"	268 48' 04"	359 59' 58"	+2"	91 11' 55"	
i= 1.50		d	90 54' 42"	268 30' 57"	359 25' 39"	+2"	91 11' 53"	91 11' 55"

- paralaktički kut $\beta = 0 34' 23''$
- $\varphi = 90 - Z$
- $\varphi = 90 - 91 11' 55'' = - 1 11' 55''$

- Trigonometrijsko mjerenje visina je postupak određivanja visinskih razlika na osnovi mjerenja vertikalnih pravaca (kutova) i računanja primjenom trigonometrijskih formula.
- Osnovni princip je da se visinske razlike dobiju rješavanjem pravokutnog trokuta u kojem će biti izmjerena horizontalna duljina "d" ili kosa duljina "d'" te zenitna daljina "Z" ili visinski kut "φ"
- $\Delta h = d * \operatorname{tg} \phi = d * \operatorname{ctg} Z$

NIVELMAN - trigonometrijski:

Instrument kojim se mjeri je **teodolit, tahymetar, mjerna stanica**



$$\Delta h = D * \operatorname{tg} \varphi$$

$$H_B = H_A + \Delta h + i - s$$

$$H_B = H_A + i + (D * \operatorname{tg} \varphi) - s$$

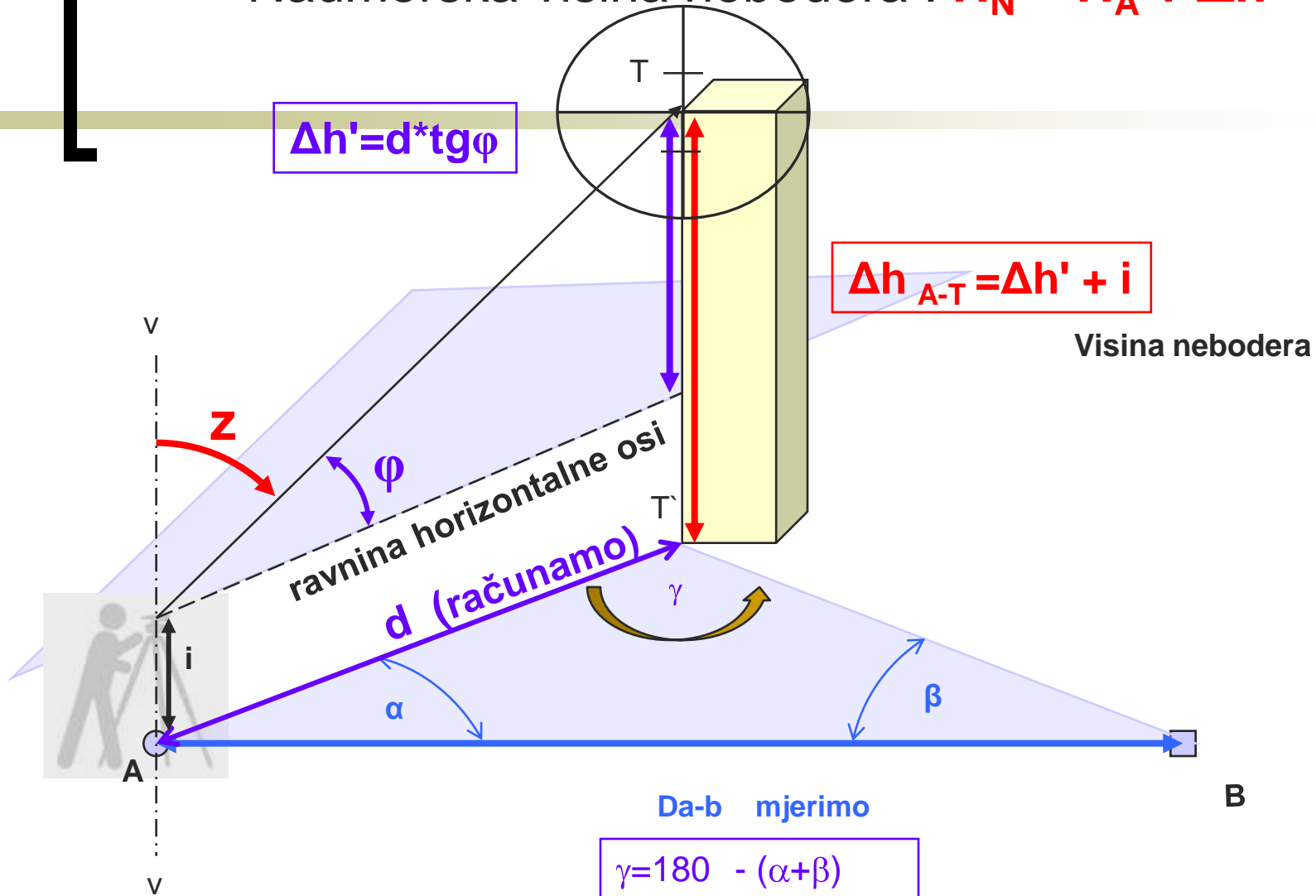
$$\varphi + Z = 90^\circ$$



Trigonometrijski nivelman

- Primjer:
- $Z = 78^{\circ}22'44''$ $H_A = 120,14 \text{ m}$
 $i = 1,62 \text{ m}$; $s = 4,00 \text{ m}$
 $d = 87,50 \text{ m}$
- $\Delta h' = d \cdot \text{ctg } Z = d \cdot \text{tg } \varphi = +17,99 \text{ m}$
- $\Delta h = \Delta h' + i - s = +15,61 \text{ m}$
- $H_B = H_A + \Delta H = 135,75 \text{ m}$

Nadmorska visina nebodera : $H_N = H_A + \Delta h$



$$\Delta h' = d \cdot \text{tg} \phi$$

$$\Delta h_{A-T} = \Delta h' + i$$

Visina nebodera

ravnina horizontalne osi

d (računamo)

D_{a-b} mjerimo

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

Mjerimo : α, β, D, Z
 Računamo: γ, d, ϕ

$$d = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} * D_{ab} \rightarrow \text{horizontalna duljina}$$



Trigonometrijski nivelman

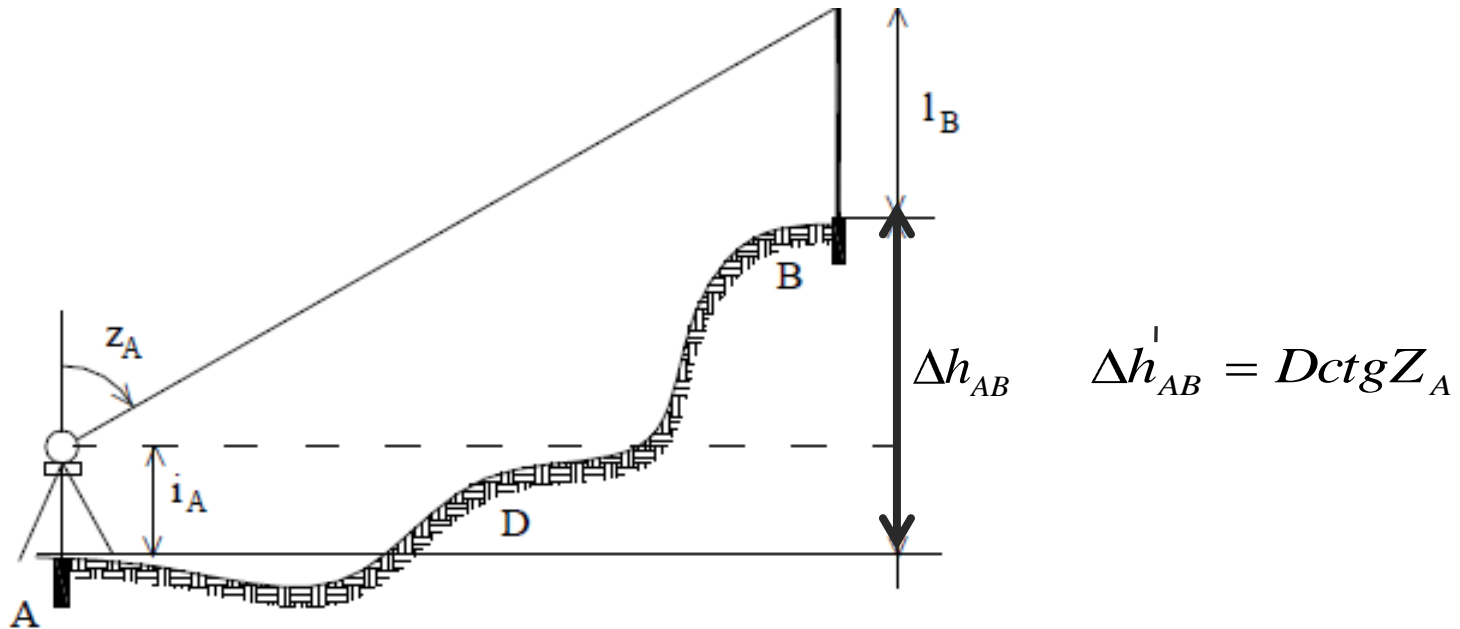
[Trigonometrijski nivelman]

- **Određivanje visinskih razlika pomoću zenitnih kutova ili visinskih kutova naziva se trigonometrijsko mjerenje visina, tj. trigonometrijski nivelman.**

Trigonometrijski nivelman

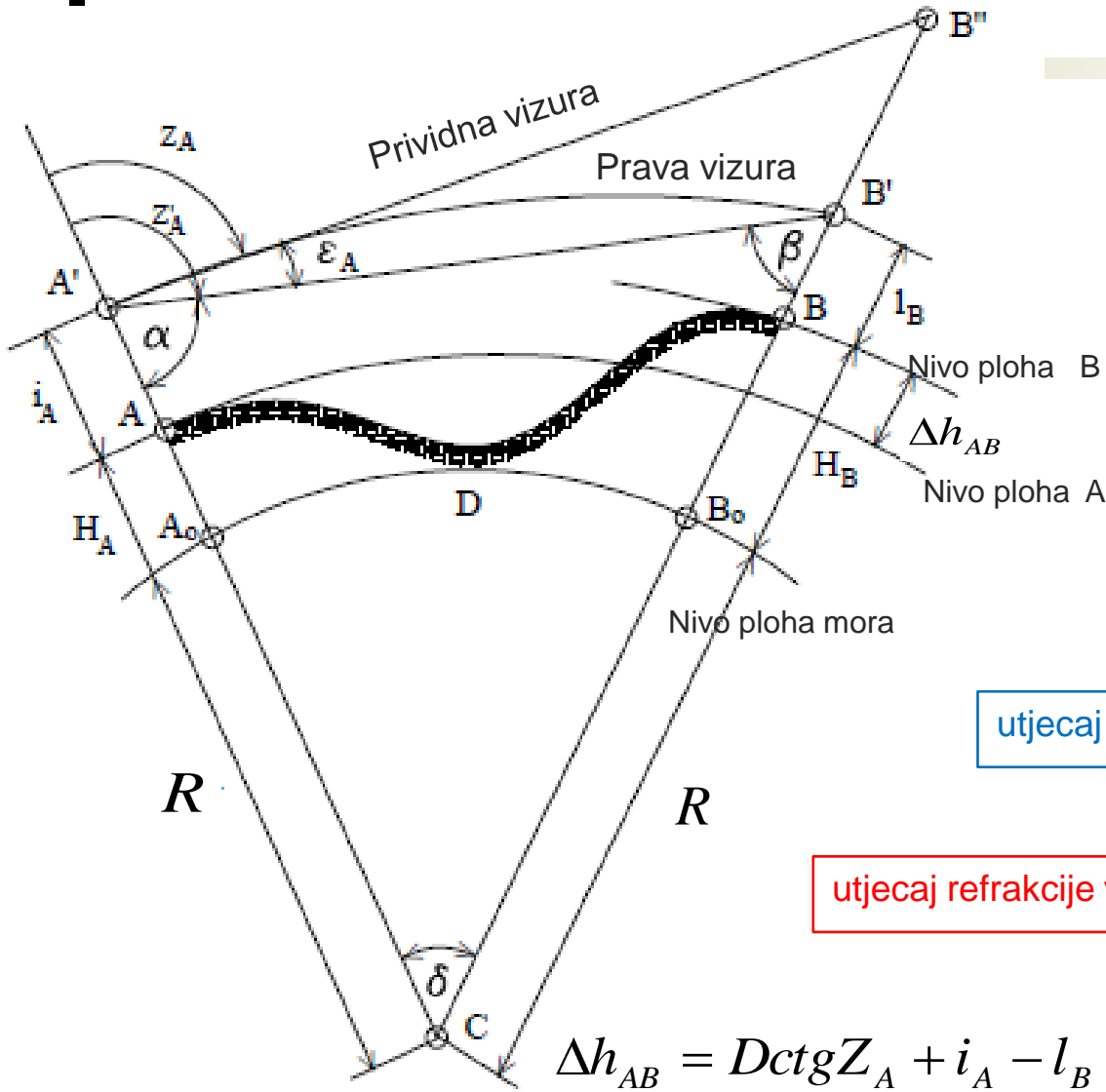
- Primjenjuje se uglavnom u brdovitim i teško pristupačnim terenima za određivanje visinskih:
 - između trigonometrijskih točaka nižeg reda
 - između poligonskih točaka
 - između točaka na fizičkoj površni Zemlje
 - visina objekata (tornjeva, dimnjaka, itd.),
 - prenošenja apsolutnih visina sa jedne na drugu obalu kod jako širokih rijeka
 - visinskom povezivanju otoka i otoka sa kopnom
 - slijeganja objekata ili terena u strmim i jako nepristupačnim područjima

Trigonometrijski nivelman



$$H_B = H_A + i_A + \Delta h_{AB}^i - l_B$$

Određivanje visinske razlike



$$\Delta h_{AB} = H_B - H_A$$

$$H_m = \frac{H_A + H_B}{2}$$

$$\Delta h_{AB} = D \operatorname{ctg} Z_A + i_A - l_B$$

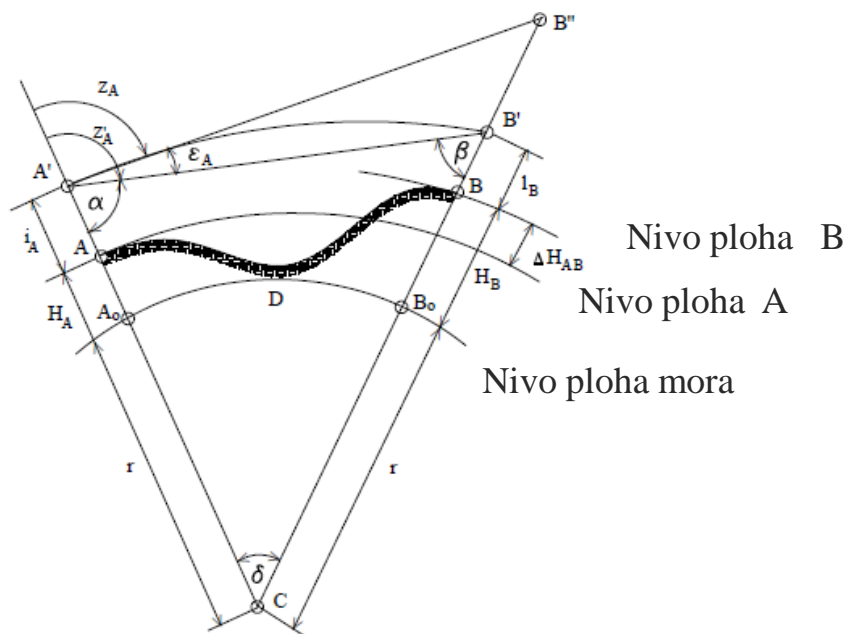
utjecaj zakrivljenosti Zemljine površine

utjecaj refrakcije vizure

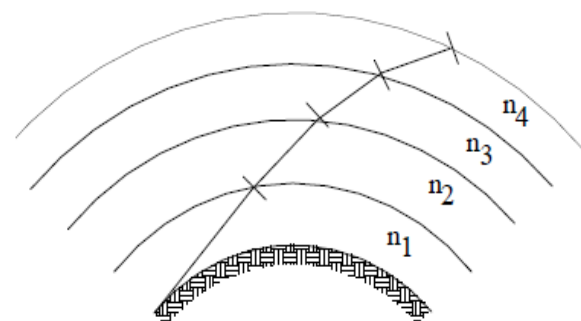
$$\Delta h_{AB} = D \operatorname{ctg} Z_A + i_A - l_B + \left(-k \right) \frac{D^2}{2R} + D \operatorname{ctg} Z_A \cdot \frac{H_m}{R}$$

Određivanje visinske razlike

- Može se smatrati da se atmosfera Zemlje sastoji od niza koncentričnih slojeva različite gustoće, a time i različitog optičkog svojstva.
- Gustoća slojeva se smanjuje s povećanjem nadmorske visine
- Najveći indeks loma ima prvi sloj do Zemlje tj. vrijedi

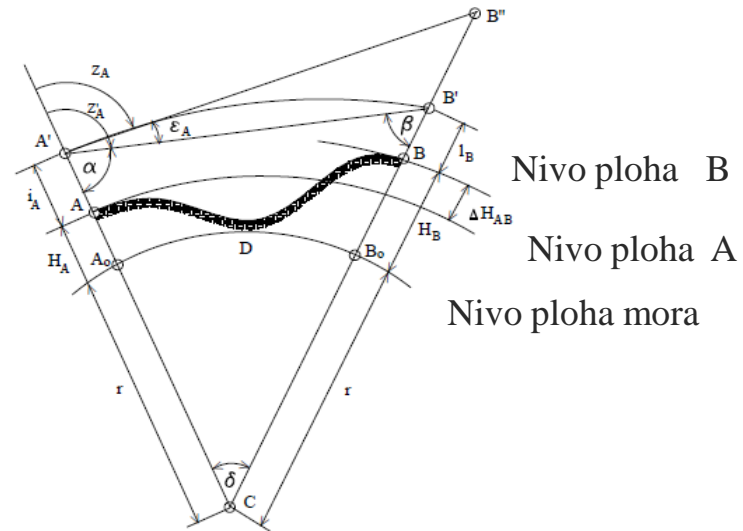
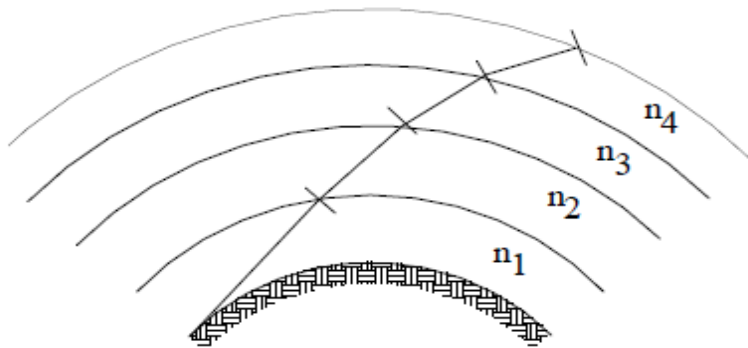


$$n_1 > n_2 > \dots > n_i > n_{i+1} \dots$$



Određivanje visinske razlike

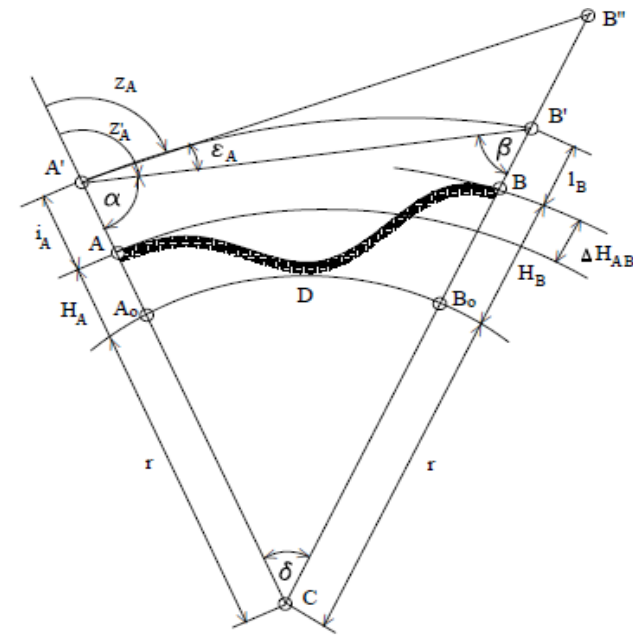
- Vizura prolazi iz optički gušće u optički rjeđu sredinu i lomi se od normale



- Kad se pretpostavi da je debljina slojeva mala, dobiti će se refrakcijska krivulja koja je konkavnom stranom okrenuta prema površini Zemlje.

Određivanje visinske razlike

- Zbog utjecaja refrakcije vizura neće biti u pravcu tetive $A'B'$ nego u pravcu tangente $A'B''$.
- Umjesto pravog zenitnog kuta Z_A , mjeri se prividni kut Z'_A
- Razlika ova dva zenitna kuta predstavlja utjecaj refrakcije na izmjeren zenitni kut
- $\varepsilon_A = Z'_A - Z_A$



[Određivanje visinske razlike]

- Veličina kuta ε_A ovisi od:
- temperature, vlažnosti zraka, atmosferskog tlaka, vegetacije, konfiguracije terena, dužine vizure, udaljenosti vizure od površine Zemlje, sastava zemljišta itd.
- Utjecaj refrakcije na mjereni zenitni kut proporcionalan dužini D .
- Što je udaljenost između točaka veća refrakcija ima veći utjecaj na mjerenje zenitnog kuta.

Određivanje visinske razlike

- Za kraće udaljenosti kao što su dužine poligonskih strana ($D < 400\text{m}$), pri određivanju visinskih razlika nije potrebno uzimati u obzir zakrivljenost Zemljine površine ako ne izražavamo visine u “mm”.

$D_{[\text{km}]}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1,0	2	3	4	5
$K_{1[\text{m}]}$	0,001	0,003	0,007	0,01	0,02	0,08	0,31	0,71	1,25	1,96

Uticaj zakrivljenosti Zemljine površi.

[Dužina D određuje se:]

- iz koordinata krajnjih točaka
- Indirektno primjenom sinusovog ili kosinusovog poučka
- neposrednim mjerenjem.

Mjerenje zenitnih kutova

- U trigonometrijskoj mreži zenitni kutovi se mjere u tri girusa
- tri vrijednosti zenitnog kuta dobiti će se kad se vrh signala vizira u oba položaja durbina sa sve tri niti nitnog križa (gornjom, srednjom i donjom)
- U prvom položaju durbina gornjim niti vizira se vrh signala i očita vrijednost na vertikalnom krugu
- Zatim se se na isti način vizira srednjom i donjom niti.
- U drugom položaju durbina postupak je isti samo što se ide obrnutim redosljedom: vizira se donjom, srednjom i na kraju gornjom niti

